

Математический анализ различных вариантов наружного чрескостного остеосинтеза

**О.В. Бейдик, А.Г. Ромакин, К.К. Левченко, А.Ю. Цыплаков, Д.В. Афанасьев,
Н.А. Ромакина, А.П. Любичский**

Mathematical analysis of different types of external fixation

**O.V. Beidick, A.G. Romakin, K.K. Levchenko, A.Y. Tsyplakov, D.V. Afanasiyev,
N.A. Romakina, A.P. Liubitsky**

Городская клиническая больница №7, г. Саратов, Россия (гл. врач – Якунин Г.С.),
Саратовский государственный медицинский университет (ректор – д.м.н., проф. Горемыкин В.И.)

Целью работы явился математический анализ способов фиксации при использовании спицевых, спице-стержневых и стержневых конструкций. В работе рассмотрены математические модели различных вариантов наружного чрескостного остеосинтеза. Была произведена оценка жесткости фиксации, возможных перемещений и деформаций, а также рассчитаны напряжения, возникающие при взаимодействии элементов конструкции с костной тканью. При этом показано, что спице-стержневая и стержневая конструкции имеют ряд преимуществ перед спицевой конструкцией, большая стабильность фиксации достигается при меньшей травматичности оперативного вмешательства.

Ключевые слова: чрескостный остеосинтез, математическое моделирование.

Mathematical analysis of external fixation types using wire, wire/half-pin and half-pin external fixators was the aim of the work. Mathematical models of different types of external fixators are described. Fixation rigidity, possible displacements and deformities were evaluated, and also tensions were calculated, which were a result of device parts and bone tissue interaction. Besides, it was demonstrated the following: there are some advantages of wire/half-pin and half-pin devices over wire ones; greater fixation stability is achieved for less traumatic damage of surgery.

Keywords: external fixation, mathematical modeling.

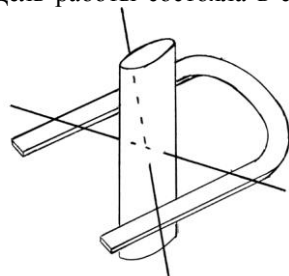
При лечении переломов и деформаций пяточной кости используются методики наружного чрескостного остеосинтеза спицевым аппаратом Г.А. Илизарова [3]. Как дополнение к известным спицевым компоновкам аппарата, нами были разработаны методики спице-стержневой и стержневой фиксации фрагментов костей. Методом математического моделирования была произведена сравнительная оценка жесткости систем, возможных перемещений и деформаций, а также рассчитаны напряжения, возникающие при взаимодействии элементов конструкций с костной тканью.

Цель работы состояла в сравнительном ана-

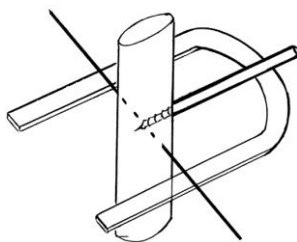
лизе различных способов фиксации костных фрагментов при переломах и деформациях пяточной кости (рассматривались методы наружного чрескостного остеосинтеза).

Рассматриваемые двухспицевая, спице-стержневая и двухстержневая конструкции схематически изображены на рис. 1.

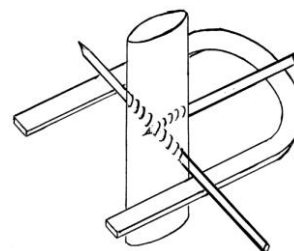
Основу этих конструкций составляет полукольцевая опора, к которой крепятся спицы и стержни. Спицы снабжены упорной площадкой. Используются стержни двух видов – консольные и сквозные. Стержни имеют две разновидности резьбы: метрическую (для крепления к опоре) и упорную (для соединения с костью).



а) Двухспицевая конструкция



б) Спице-стержневая конструкция



в) Двухстержневая конструкция

Рис. 1. Схемы фиксации.

Оценка напряжений, возникающих при взаимодействии элементов конструкций с костной тканью. Усилия, создаваемые в аппарате для коррекции положения отломков, передаются на кость при помощи упоров на спицах и резьбового соединения в стержнях (рис. 2).

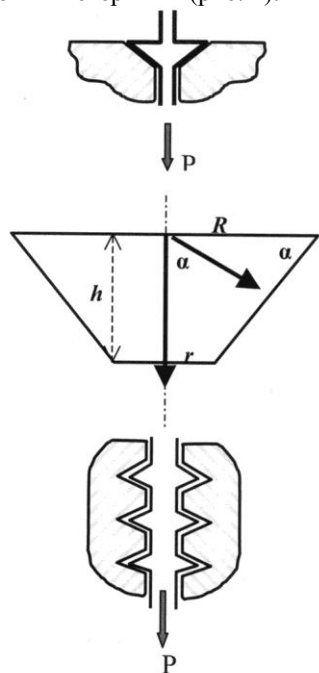


Рис. 2. Схемы упора на спице и резьбового соединения. P – сила натяжения.

Для определения максимально допустимой силы, необходимой для удержания отломка в фиксированном положении, важно оценить напряжения, возникающие при этом в костной ткани.

Площадь поверхности контакта упора на спице с костью может быть вычислена как площадь поверхности усеченного конуса

$$S = \pi(R+r)L = \pi(R+r)\sqrt{h^2 + (R-r)^2}.$$

При натяжении спицы силой P , напряжения, возникающие в костной ткани, приближенно равны $\sigma = \frac{P \cos \alpha}{S}$. Так как $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{R-r}$, то

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{R-r}{\sqrt{h^2 + (R-r)^2}}.$$

$$\text{Поэтому } \sigma = \frac{(R-r)P}{\pi(R+r)(h^2 + (R-r)^2)} = k_1 P,$$

$$\text{где } k_1 = \frac{R-r}{\pi(R+r)(h^2 + (R-r)^2)}.$$

В частности, для применяемых на практике спиц имеем $r=0,1$ см, $R \approx 0,4$ см, $h \approx 0,45$ см, $k_1 \approx 2 \left[\frac{1}{\text{см}^2} \right]$.

При использовании стержня, имеющего с костью резьбовое соединение, напряжения, воз-

никающие в костной ткани, ниже, чем при использовании спицы с упором. Это достигается за счет большей площади контакта резьбы стержня с костным фрагментом, что создает меньшее напряжение в кости. Если наружный диаметр резьбового соединения равен $2R$, а внутренний – $2r$, то на каждом витке резьбы площадь соприкосновения стержня с костной тканью можно приближенно вычислить как площадь кольца $s_1 = \pi(R^2 - r^2)$. Для принятых на практике значений $2R=0,65$ см, $2r=0,45$ см $s_1 \approx 0,173$ см². Площадь контактной поверхности $s = ns_1$, где n – количество витков. Поэтому напряжение, возникающее в костной ткани при использовании резьбового соединения, тем меньше, чем больше число витков. В частности, для приведенных параметров спицы и стержня напряжение резьбового соединения будет заведомо меньше напряжения, создаваемого спицей с упором, при наличии не менее трех витков в контактной области для одинаковой силы натяжения. Следует отметить, что число витков не может быть большим, так как при этом уменьшается шаг резьбы и возникает опасность среза резьбы в костном фрагменте.

При оценке перемещений и деформаций в стержневых и спице-стержневых конструкциях использовались схемы расчета прогибов балок, основанные на гипотезе Бернулли [1]. При этом деформации спиц определялись по стандартной методике [2].

Деформации стержневых элементов конструкций оценивались с использованием модельных задач [1].

Рассматривались различные способы нагрузки балки: консольная балка, нагруженная моментом пары сил, приложенных к свободному концу (рис. 3 а); консольная балка, нагруженная моментом сосредоточенной силы, приложенной к свободному концу (рис. 3 б); свободно опертая по краям балка, нагруженная сосредоточенной силой, приложенной в середине (рис. 3 в).

Дифференциальное уравнение упругой линии балки (в данном случае оси симметрии) имеет вид (см., например, [1]):

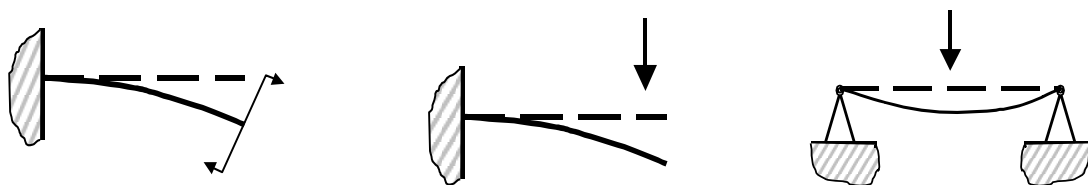
$$y''(x) = \frac{1}{EI} M(x), \quad (1)$$

где $y(x)$ – величина смещения оси балки в точке с абсциссой x ;

E – модуль Юнга;

I – момент инерции поперечного сечения балки; для балки с круглым поперечным сечением диаметра $d_1 = \pi d^4 / 64$;

$M(x)$ – момент, создаваемый приложенной нагрузкой.



а) Консольная балка, нагруженная моментом пары сил, приложенных к свободному концу.

б) Консольная балка, нагруженная сосредоточенной силой, приложенной к свободному концу.

в) Свободно опертая по краям балка, нагруженная сосредоточенной силой, приложенной в середине.

Рис. 3. Модельные задачи.

В случае а) консольная балка нагружена моментом M_0 , создаваемым парой сил. Значение $M(x)$ постоянно во всех сечениях и равно M_0 , начальные условия имеют вид

$$y(0)=0, \quad y'(0)=0. \quad (2)$$

Дважды интегрируя (1), получим выражение для прогиба

$$y(x) = \frac{1}{2EI} M_0 x^2 + C_1 x + C_2,$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования. Используя начальные условия (2), находим, что $C_1=C_2=0$.

Таким образом, в случае а) решение уравнения (1) с начальными условиями (2) имеет вид

$$y(x) = \frac{1}{2EI} M_0 x^2.$$

Максимальный прогиб и наибольший угол поворота поперечного сечения достигаются при $x = L$ и вычисляются по формулам

$$y(L) = \frac{M_0 L^2}{2EI}, \quad y'(L) = \frac{M_0 L}{EI}. \quad (3)$$

В случае б) обозначим P сосредоточенную силу, которой нагружена балка. Тогда выражение для момента $M(x)$ в (1) имеет вид

$$M(x) = P(L - x),$$

а начальные условия – (2). Решение в этом случае задается формулой

$$y(x) = \frac{Px^2}{6EI} (3L - x).$$

Так же, как и в предыдущем случае, максимальный прогиб и наибольший угол поворота поперечного сечения достигаются при $x = L$.

$$y(L) = \frac{PL^3}{3EI}, \quad y'(L) = \frac{PL^2}{2EI}. \quad (4)$$

Изгиб шарнирно опертой по краям балки, нагруженной сосредоточенной силой P , приложенной в центре (рис. 3 в). Обозначим длину балки $2L$. Выражение для изгибающего момента $M(x)$ имеет вид

$$M(x) = \begin{cases} -\frac{P}{2}x & \text{при } 0 \leq x \leq L \\ -\frac{P}{2}(2L - x) & \text{при } L \leq x \leq 2L \end{cases}$$

Начальные условия – $y(0)=0, y(2L)=0$.

В силу симметрии задачи ясно, что наибольшие прогибы будут в центре, в точке приложения силы, а угол поворота поперечного сечения в этой же точке отсутствует ($y'(L)=0$). Поэтому решение для всей балки мы можем получить как симметричное продолжение относительно прямой $x=L$ решения задачи на интервале $[0; L]$ для $M(x) = -\frac{P}{2}x$ с начальными условиями

$y(0)=0, y'(L)=0$. Решение имеет вид $y(x) = \frac{Px}{12EI} (3Lx - x^3)$. Максимальный прогиб получаем при $x=L$

$$y(L) = \frac{PL^3}{6EI}.$$

Результаты расчетов показывают, что при действии одинаковых сил прогибы двухспицевой конструкции $\approx$ в 2-2,5 раза больше, чем прогибы спице-стержневой, которые, в свою очередь, в 1,7-2 раза больше прогибов двухстержневой конструкции.

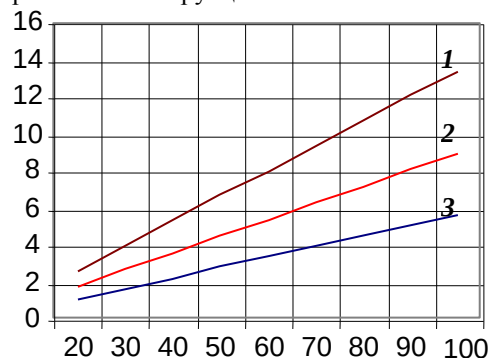


Рис. 4. Максимальные прогибы для консольной балки (рис. 3, б) при различных L : 1 – $L=6$ см, 2 – $L=7$ см, 3 – $L=8$ см. По оси абсцисс отложена нагрузка P .

ВЫВОДЫ

Из трех рассмотренных конструкций максимальная жесткость фиксации достигается при использовании стержневых конструкций.

Большая площадь контакта резьбы стержня с костным фрагментом создает меньшее напряжение в кости, уменьшая вероятность ее разру-

шения. При использовании спицевых конструкций существует большая опасность прорезывания костной ткани, что приводит к увеличению зазоров между костью и спицей, снижающих жесткость фиксации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
2. Шевцов В.И. и др. Аппарат Илизарова. Биомеханика / В.И. Шевцов, В.А. Немков, Л.В. Складар. – Курган: изд-во «Периодика», 1995. – 165 с.
3. Клинические возможности метода управляемого чрескостного остеосинтеза в хирургии кисти и стопы / В.И. Шевцов, Г.Р. Исмаилов, А.И. Кузовков и др. // Гений ортопедии. -1998. - №4. - С.108-115.

Рукопись поступила 21.04.00.

Предлагаем вашему вниманию



Øââöîâ Ä.È., ìàéóøèí Ä.Ä., Êóòòûðââ È.Ì.,
Àðàíîâè÷ Ä.Ì., ×ââóðîâ î.È., Èñîàééîâ Ä.Ð.

ËÄÇÄÍÈÄ ÄÏÆÄÄÍÍÛ Ò ÒÐÎÊÎÂ ÐÁÚÚÍÔ
ÁÄÐÖÎÄÛÛ ÈÎÑÒÄÉ

Курган, 1999 г. – 582 с., табл. 66, ил. 439, библиогр. назв. 452.

ISBN5-87247-072-X

Монография посвящена проблеме лечения детей с врожденными пороками развития берцовых костей. В книге обобщён опыт лечения больных с применением методик чрескостного остеосинтеза аппаратом Илизарова в различных его рациональных компоновках. Приведены основы биомеханического моделирования остеосинтеза при некоторых клинических ситуациях. Описываются уникальные, не имеющие аналогов в мировой медицине тактико-технологические принципы реконструкции берцовых костей, повышающие опороспособность и функциональные возможности нижней конечности. Приведённые технические сведения помогут хирургу принимать оптимальные решения в реабилитации пациентов и подготовке конечности к рациональному протезированию. Анализ возможных технологических ошибок и связанных с ними лечебных осложнений имеет большое значение для практикующего врача.

Представленные в книге параклинические исследования дают возможность клиницисту определить тяжесть развивающихся при пороке вторичных функциональных и анатомических расстройств.

Приведённые результаты лечения по методикам Российского научного центра «ВТО» им. акад. Г.А. Илизарова дают возможность оценить их эффективность в сравнении с традиционными хирургическими подходами в решении данной проблемы.

Книга иллюстрирована схемами остеосинтеза, клиническими примерами, способствующими усвоению представленного материала.

Монография рассчитана на широкий круг хирургов, ортопедов и педиатров.