

© Группа авторов, 2001

## **Распределение напряжений между опасными сечениями П-образного элемента аппарата внешней фиксации позвоночника**

**В.И. Шевцов, В.В. Пивень, Ю.А. Муштаева, А.Т. Худяев, П.И. Коваленко**

## **Distribution of stresses between the dangerous sections of P-part of the spine external fixator**

**V.I. Shevtsov, V.V. Piven, J.A. Moushtayeva, A.T. Khudiyayev, P.I. Kovalenko**

Государственное учреждение науки

Российский научный центр "Восстановительная травматология и ортопедия" им. академика Г. А. Илизарова, г. Курган  
(генеральный директор — заслуженный деятель науки РФ, член-корреспондент РАМН, д.м.н., профессор В.И. Шевцов)

В статье приводится расчет на прочность деталей аппарата внешней фиксации позвоночника, определение опасных сечений и определение напряжений возникающих в этих сечениях. Наиболее опасным сечением деталей аппарата внешней фиксации позвоночника является сечение стержня-шурупа, ввинчиваемого в позвонок, в точке заделки, т.к. стержень- шуруп имеет в этом сечении наименьший диаметр и одновременно с этим наибольшие напряжения.

Расчеты, проведенные при использовании метода сил для раскрытия статической неопределенности и определения внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях стержней, позволяют использовать полученные результаты при применении аппарата и в дальнейшем провести целостный прочностной расчет аппарата внешней фиксации позвоночника.

Ключевые слова: позвоночник, аппарат, напряжение, расчёт.

The work presents an analysis of the spine external fixator strength, determination of dangerous sections and that of the stresses, developed in these sections. The most dangerous section of the spine external fixator parts is a section of the half-pin, screwing in the spine, in the point of attachment, because the half-pin in this section is of the least diameter and at the same time it is subjected to the greatest stresses.

The made calculations, obtained by the work method for reveal of static uncertainty and determination of internal force factors, taking place in the cross sections of the half-pins, allow to use the obtained results for the fixator application and subsequently to make calculations of the spine external fixator strength.

Keywords: spine, fixator, stress, calculation.

Расчет на прочность деталей аппарата внешней фиксации позвоночника предполагает определение опасных сечений и определение возникающих в этих сечениях напряжений. Наиболее опасным сечением деталей аппарата внешней фиксации позвоночника является сечение стержня-шурупа, ввинчиваемого в позвонок, в точке заделки, т.к. стержень- шуруп имеет в этом сечении наименьший диаметр и одновременно с этим наибольшие напряжения.

Рассмотрим внутренние силовые факторы, возникающие в опасном сечении стержней-шурупов, соединенных в отдельный П-образный элемент, находящийся под воздействием внешней силы  $P$ , совпадающей по направлению с дистракционным усилием (рис. 1).

Данный П-образный элемент является плоскостранственной статически неопределимой системой. Для раскрытия статической неопределенности и определения внутренних силовых

факторов, возникающих в поперечных сечениях деталей П-образного элемента, воспользуемся методом сил [1].

В качестве основной системы, освобожденной от дополнительных связей, примем схему (рис. 2) с отброшенными в т. А связями.

Отсутствие заделки заменяем силой и моментами:  $R_A = X_1$ ;  $M_{AX} = X_2$ ;

$M_{AZ} = X_3$ . Каноническое уравнение принимает для рассматриваемой системы следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 &= -\Delta_{1p} \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 &= -\Delta_{2p} \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 &= -\Delta_{3p} \end{aligned} \quad (1)$$

Эпюры изгибающих и крутящих моментов от действия внешней силы  $P$ , единичной силы и единичных моментов представлены на рис. 3.

Определение канонических коэффициентов было произведено известным методом перемножения эпюр [2]. В результате этих вычисле-

ний для конкретных размеров сечений деталей 1 и 2 (рис. 1) и модулей упругости при  $P=200$  Н получены следующие значения:

$$\delta_{11} = 4,427 \cdot 10^{-5}; \delta_{12} = 1,879 \cdot 10^{-4}; \delta_{13} = 5,754 \cdot 10^{-4};$$

$$\Delta_{1p} = -2,33 \cdot 10^{-3}; \delta_{22} = 0,02; \delta_{23} = -3,739 \cdot 10^{-3};$$

$$\Delta_{2p} = 0,029; \delta_{33} = 6,981 \cdot 10^{-3}; \Delta_{3p} = -0,046.$$

При этом  $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ . После подстановки полученных значений в уравнения системы (I) получаем следующую систему линейных уравнений:

$$4,427 \cdot 10^{-5} \cdot X_1 + 1,879 \cdot 10^{-4} \cdot X_2 + 5,754 \cdot 10^{-4} \cdot X_3 = 2,33 \cdot 10^{-3}$$

$$1,879 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 + 0,02 \cdot X_2 - 3,739 \cdot 10^{-3} \cdot X_3 = 2,9 \cdot 10^{-2}$$

$$5,754 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 - 3,739 \cdot 10^{-3} \cdot X_2 + 6,981 \cdot 10^{-3} \cdot X_3 = -4,6 \cdot 10^{-2} \quad (2)$$

В результате решения данной системы уравнений получаем:

$$X_1 = 79,643; X_2 = -2,439; X_3 = -1,283.$$

Это означает, что внутренние силовые факторы в сечении, проходящем через точку А, принимают следующие значения:

$$R_A = 79,643 \text{ Н}; M_{AX} = -2,439 \text{ Н м}; M_{AZ} = -1,283 \text{ Н м};$$

Для определения реакций опоры в точке В связь мысленно отбрасываем и заменяем её действия реакциями  $R_B, M_{BX}, M_{BZ}$  (рис. 4).

Составляем условия равновесия в проекциях на оси X' Y Z'.

$$\Sigma F_{ky} = 0; R_A + R_B + P = 0; \quad (3)$$

$$\Sigma M_Z(F_k) = 0;$$

$$- M_{AX} \cdot \sin 2\alpha + R_A(L_2 - 2L_1 \cdot \sin \alpha) + M_{AZ} \cdot \cos 2\alpha -$$

$$- P \cdot L_B \cdot \cos \alpha + M_{BZ} = 0; \quad (4)$$

$$\Sigma M_X(F_k) = 0; - M_{AX} \cdot \cos 2\alpha - R_A(L_2 - 2L_1 \cdot \sin \alpha) \sin \alpha -$$

$$- M_{AZ} \sin 2\alpha + P(L_B \cdot \sin \alpha + L_1) + M_{BX} = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (3) получаем  $R_B = -279,643$  Н;

Из (4) -  $M_{BZ} = -1,252$  н.м; из (5) -  $M_{BX} = 3,987$  н.м

По четвертой теории прочности [2] напряжение в точке В

$$\sigma_B = \frac{\sqrt{M_{ax}^2 + M_{az}^2}}{W_{Ix}} = 1,97 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2 \quad (6)$$

Напряжение в точке А

$$\sigma_A = \frac{\sqrt{M_{BX}^2 + M_{BZ}^2}}{W_X} = 1,3 \cdot 10^8 \text{ н/м}^2 \quad (7)$$

Полученные данные свидетельствуют о том, что при нагружении по схеме (рис. 1) напряжения, возникающие в сечении, переходящем через точку А, составляют 60-70% от напряжений в точке В. Проведенные расчеты позволят в дальнейшем провести целостный прочностной расчет аппарата внешней фиксации позвоночника, а также использовать полученные результаты при применении аппарата.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов. - М.: Наука, 1986. - 512 с.
2. Степин П.А. Сопrotивление материалов. - М.: Высшая школа, 1988. - 367 с.

Рукопись поступила 20.04.01.