

Определение монтажных напряжений в аппарате внешней фиксации позвоночника

В.И. Шевцов, В.В. Пивень, Ю.А. Муштаева, А.Т. Худяев, П.И. Коваленко

Determination of mounting stresses in a spine external fixator

V.I. Shevtsov, V.V. Piven, J.A. Moushtayeva, A.T. Khudiayev, P.I. Kovalenko

Государственное учреждение науки

Российский научный центр "Восстановительная травматология и ортопедия" им. академика Г. А. Илизарова, г. Курган
(генеральный директор — заслуженный деятель науки РФ, член-корреспондент РАМН, д.м.н., профессор В.И. Шевцов)

В статье рассматриваются причины возникновения существенных монтажных напряжений в аппарате внешней фиксации позвоночника из-за несоосности отдельных деталей, в частности, отклонения стержня-шурупа от аксиальной плоскости при его установке в позвонок. Расчёты метода сил показывают, что отклонения стержня-шурупа при соединении его с пластиной не должно превышать зазор 3 мм, при большей величине зазора напряжения достигают значения недопустимых напряжений.

Ключевые слова: позвоночник, аппарат, напряжение, расчёт.

The work deals with causes of development of significant mounting stresses in the spine external fixator due to misalignment of some parts, specifically to deviation of a half-pin from the axial plane during its setting in a vertebra. Calculation of the work method demonstrates, that deviation of the half-pin during its connection with the plate shouldn't exceed 3-mm gap, for the gap larger amounts stresses reach the amount of impossible stresses.

Keywords: spine, fixator, stress, calculation.

При монтаже аппарата внешней фиксации позвоночника из-за несоосности отдельных деталей могут возникать существенные монтажные напряжения. Одной из основных причин этого является отклонение стержня-шурупа от аксиальной плоскости при его установке в позвонок. Рассмотрим случай, когда из-за отклонения стержня-шурупа при соединении его с пластиной возникает зазор величиной, например, 3 мм (рис. 1).

Для анализа напряженно-деформированного состояния используем метод сил [1]. Возникновение зазора величиной 3 мм эквивалентно повороту опоры в т. А на ту же самую величину. В этом случае в плоскости сечения А-А будет возникать только крутящий момент $M_{кр}$. Примем в качестве основной системы метода сил схему, представленную на рис. 2. Эпюры моментов от единичного фактора изображены на рис. 3.

Каноническое уравнение метода сил принимает вид:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1p} = 0 \quad (1).$$

Для определения коэффициента Δ_{1p} воспользуемся фактическим поворотом стержня-шурупа на угол φ в результате смещения опоры [2].

$$\Delta_{1p} = \varphi = \frac{3}{0,06 \cdot \cos 28^\circ} = 0,057 \quad (2).$$

Коэффициент δ_{11} определим методом графического перемножения эпюр.

$$\delta_{11} = \frac{L_1 \cdot \cos^2 \alpha}{E_1 \cdot J_{1x}} + \frac{L_2}{G_2 \cdot J_{2p}} + \frac{L_1 \cdot \sin^2 \alpha}{G_1 \cdot J_{1p}} \quad (3),$$

где $E_1 \cdot J_{1x}$ - жесткость стержня-шурупа при изгибе;

$G_1 \cdot J_{1p}$ - жесткость стержня-шурупа при кручении;

$G_2 \cdot J_{2p}$ - жесткость пластины при кручении.

При решении данных уравнений получаем значение $X_1 = 6,33$ (Н·м).

Моменты в заделке (т.В):

$$M_u = X_1 \cdot \cos \alpha;$$

$$M_{kp} = X_1 \cdot \sin \alpha \quad (4).$$

Напряжение в опасном сечении (т.В)

$$\sigma_B = \frac{\sqrt{M_u^2 + M_{kp}^2}}{W_{1x}} = 3 \cdot 10 \text{ Н} / \text{м}^2,$$

где W_{1x} - осевой момент сопротивления стержня-шурупа при изгибе.

При определении геометрических характеристик сечений использовались фактические размеры деталей аппарата.

Табличное значение предела прочности для титана марки ВТ5 составляет $\sigma_B = (7 \dots 9,5) \cdot 10^8$

H/m^2 [1]. Если принять значение коэффициента запаса прочности по пределу прочности 2, то в рассмотренном примере монтажные напряжения достигают значения допускаемых напряжений, а дальнейшее нагружение стержней-шурупов недопустимо.

Одним из технических решений рассмотренной проблемы может быть установка в середине пластины фиксирующегося шарнира в сагиттальной плоскости, при котором значение $M_{кр}$ будет равно нулю и рассмотренные монтажные усилия возникать не будут.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов - М.: Наука, 1986. - 512 с.
2. Ржаницын А.Р. Строительная механика. - М.: Высшая школа, 1982. - 400 с.
3. Ануфьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: В 3-х т. - М.: Машиностроение, 1982. - Т. 1. - 736 с.

Рукопись поступила 21.04.01.

© Группа авторов, 2001

Распределение напряжений между опасными сечениями П-образного элемента аппарата внешней фиксации позвоночника

В.И. Шевцов, В.В. Пивень, Ю.А. Муштаева, А.Т. Худяев, П.И. Коваленко

Distribution of stresses between the dangerous sections of P-part of the spine external fixator

V.I. Shevtsov, V.V. Piven, J.A. Moushtayeva, A.T. Khudiayev, P.I. Kovalenko

Государственное учреждение науки

Российский научный центр "Восстановительная травматология и ортопедия" им. академика Г. А. Илизарова, г. Курган
(генеральный директор — заслуженный деятель науки РФ, член-корреспондент РАМН, д.м.н., профессор В.И. Шевцов)

В статье приводится расчет на прочность деталей аппарата внешней фиксации позвоночника, определение опасных сечений и определение напряжений возникающих в этих сечениях. Наиболее опасным сечением деталей аппарата внешней фиксации позвоночника является сечение стержня-шурупа, ввинчиваемого в позвонок, в точке заделки, т.к. стержень- шуруп имеет в этом сечении наименьший диаметр и одновременно с этим наибольшие напряжения.

Расчеты, проведенные при использовании метода сил для раскрытия статической неопределенности и определения внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях стержней, позволяют использовать полученные результаты при применении аппарата и в дальнейшем провести целостный прочностной расчет аппарата внешней фиксации позвоночника.

Ключевые слова: позвоночник, аппарат, напряжение, расчёт.

The work presents an analysis of the spine external fixator strength, determination of dangerous sections and that of the stresses, developed in these sections. The most dangerous section of the spine external fixator parts is a section of the half-pin, screwing in the spine, in the point of attachment, because the half-pin in this section is of the least diameter and at the same time it is subjected to the greatest stresses.

The made calculations, obtained by the work method for reveal of static uncertainty and determination of internal force factors, taking place in the cross sections of the half-pins, allow to use the obtained results for the fixator application and subsequently to make calculations of the spine external fixator strength.

Keywords: spine, fixator, stress, calculation.

Расчет на прочность деталей аппарата внешней фиксации позвоночника предполагает определение опасных сечений и определение возникающих в этих сечениях напряжений. Наиболее опасным сечением деталей аппарата внешней фиксации позвоночника является сечение

стержня-шурупа, ввинчиваемого в позвонок, в точке заделки, т.к. стержень- шуруп имеет в этом сечении наименьший диаметр и одновременно с этим наибольшие напряжения.

Рассмотрим внутренние силовые факторы, возникающие в опасном сечении стержней-

шурупов, соединенных в отдельный П-образный элемент, находящийся под воздействием внешней силы Р, совпадающей по направлению с дистракционным усилием (рис. 1).

Данный П-образный элемент является плоскопространственной статически неопределимой системой. Для раскрытия статической неопределимости и определения внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях деталей П-образного элемента, воспользуемся методом сил [1].

В качестве основной системы, освобожденной от дополнительных связей, примем схему (рис. 2) с отброшенными в т. А связями.

Отсутствие заделки заменяем силой и моментами: $R_A = X_1$; $M_{AX} = X_2$;

$M_{AZ} = X_3$. Каноническое уравнение принимает для рассматриваемой системы следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 &= -\Delta_{1p} \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 &= -\Delta_{2p} \\ \delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 &= -\Delta_{3p} \end{aligned} \quad (1)$$

Эпюры изгибающих и крутящих моментов от действия внешней силы Р, единичной силы и единичных моментов представлены на рис. 3.

Определение канонических коэффициентов было произведено известным методом перемножения эпюр [2]. В результате этих вычислений для конкретных размеров сечений деталей 1 и 2 (рис. 1) и модулей упругости при $P=200$ Н получены следующие значения:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= 4,427 \cdot 10^{-5}; \delta_{12} = 1,879 \cdot 10^{-4}; \delta_{13} = 5,754 \cdot 10^{-4}; \\ \Delta_{1p} &= -2,33 \cdot 10^{-3}; \delta_{22} = 0,02; \delta_{23} = -3,739 \cdot 10^{-3}; \\ \Delta_{2p} &= 0,029; \delta_{33} = 6,981 \cdot 10^{-3}; \Delta_{3p} = -0,046. \end{aligned}$$

При этом $\delta_{ij} = \delta_{ji}$. После подстановки полученных значений в уравнения системы (1) получаем следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} 4,427 \cdot 10^{-5} \cdot X_1 + 1,879 \cdot 10^{-4} \cdot X_2 + 5,754 \cdot 10^{-4} \cdot X_3 &= -2,33 \cdot 10^{-3} \\ 1,879 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 + 0,02 \cdot X_2 - 3,739 \cdot 10^{-3} \cdot X_3 &= 2,9 \cdot 10^{-2} \\ 5,754 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 - 3,739 \cdot 10^{-3} \cdot X_2 + 6,981 \cdot 10^{-3} \cdot X_3 &= -4,6 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (2)$$

В результате решения данной системы уравнений получаем:

$$X_1 = 79,643; X_2 = -2,439; X_3 = -1,283.$$

Это означает, что внутренние силовые факторы в сечении, проходящем через точку А, принимают следующие значения:

$$R_A = 79,643 \text{ Н}; M_{AX} = -2,439 \text{ Н м}; M_{AZ} = -1,283 \text{ Н м};$$

Для определения реакций опоры в точке В связь мысленно отбрасываем и заменяем её действия реакциями R_B , M_{BX} , M_{BZ} (рис. 4).

Составляем условия равновесия в проекциях на оси X Y Z'.

$$\Sigma F_{ky} = 0; R_A + R_B + P = 0; \quad (3)$$

$$\Sigma m_Z(F_k) = 0;$$

$$-M_{AX} \cdot \sin 2\alpha + R_A(L_2 - 2L_1 \cdot \sin \alpha) + M_{AZ} \cdot \cos 2\alpha - P \cdot L_B \cdot \cos \alpha + M_{BZ} = 0; \quad (4)$$

$$\Sigma m_X(F_k) = 0; -M_{AX} \cdot \cos 2\alpha - R_A(L_2 - 2L_1 \cdot \sin \alpha) \sin \alpha - M_{AZ} \sin 2\alpha + P(L_B \cdot \sin \alpha + L_1) + M_{BX} = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (3) получаем $R_B = -279,643$ Н;

Из (4) - $M_{BZ} = -1,252$ н.м; из (5) - $M_{BX} = 3,987$ н.м

По четвертой теории прочности [2] напряжение в точке В

$$\sigma_B = \frac{\sqrt{M_{ax}^2 + M_{az}^2}}{W_{1x}} = 1,97 \cdot 10^8 \text{ Н / м}^2 \quad (6)$$

Напряжение в точке А

$$\sigma_A = \frac{\sqrt{M_{BX'}^2 + M_{BZ'}^2}}{W_X} = 1,3 \cdot 10^8 \text{ Н / м}^2 \quad (7)$$

Полученные данные свидетельствуют о том, что при нагружении по схеме (рис. 1) напряжения, возникающие в сечении, переходящем через точку А, составляют 60-70% от напряжений в точке В. Проведенные расчеты позволят в дальнейшем провести целостный прочностной расчет аппарата внешней фиксации позвоночника, а также использовать полученные результаты при применении аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1986. - 512 с.
2. Степин П.А. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 1988. - 367 с.

Рукопись поступила 20.04.01.